Examenul național de bacalaureat 2025
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Rația progresiei este $q=\frac{b_6}{b_5}=\frac{1}{2}$.	**2p**
	$b_5=b_1q^4$, de unde $b_1=128$, deci $\sqrt{\frac{b_1}{2}}=\sqrt{64}=8$, care este număr natural.	**3p**
2.	$f(a+1)=a^2+11$, deci $(a+1)^2+a+1-3=a^2+11$	**3p**
	$a^2+3a-1=a^2+11$, de unde obținem $a=4$.	**2p**
3.	$\log_3(2x+1)=3$, de unde $2x+1=27$	**3p**
	$x=13$, care convine.	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Din $20<\frac{x}{2}<23$, cum x este număr natural, se obţine $x\in\{41,42,43,44,45\}$, deci sunt 5 cazuri favorabile. $p=\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$.	**3p**
5.	$\overrightarrow{AB}=(-2-3)\overrightarrow{i}+(0+4)\overrightarrow{j}=-5\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}$	**2p**
	$\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{u}$ coliniari implică $\frac{-5}{2m}=\frac{4}{-m-3}$, deci $5m+15=8m$, de unde $m=5$.	**3p**
6.	Cum $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\sin x=\frac{2}{3}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, se obține $\cos x=\frac{\sqrt{5}}{3}$	**3p**
	$\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{2}{\sqrt{5}}$.	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{vmatrix}=0\cdot0\cdot0+0\cdot0\cdot0+1\cdot1\cdot1-0\cdot0\cdot1-0\cdot0\cdot1-0\cdot0\cdot1=$	**3p**
	$=0+0+1-0-0-0=1$.	**2p**
b)	$B(x)\cdot B(y)=\begin{pmatrix}1&0&x\\x&1&0\\0&x&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&y\\y&1&0\\0&y&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&xy&x+y\\x+y&1&xy\\xy&x+y&1\end{pmatrix}$	**3p**

	$B(x)\cdot B(y)-xyA=\begin{pmatrix}1&xy&x+y\\x+y&1&xy\\xy&x+y&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&xy&0\\0&0&xy\\xy&0&0\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1&0&x+y\\x+y&1&0\\0&x+y&1\end{pmatrix}=B(x+y)$	2p
c)	$C(k)=B\left(\frac{2}{k}\right)-\frac{2}{k}A=\begin{pmatrix}1&0&\frac{2}{k}\\\frac{2}{k}&1&0\\0&\frac{2}{k}&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&\frac{2}{k}&0\\0&0&\frac{2}{k}\\\frac{2}{k}&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-\frac{2}{k}&\frac{2}{k}\\\frac{2}{k}&1&-\frac{2}{k}\\-\frac{2}{k}&\frac{2}{k}&1\end{pmatrix}$ $\det C(k)=1+\frac{12}{k^2}$, care este număr întreg dacă şi numai dacă $k\in\{1,-1,2,-2\}$.	2p 3p
2.a)	$0*(-1)=0^2\cdot(-1)^2-0^2-(-1)^2+2=$ $=0-0-1+2=1$	3p 2p
b)	$(x+1)*x=x^4+2x^3-x^2-2x+1$ și $x*(x-1)=x^4-2x^3-x^2+2x+1$ $(x+1)*x=x*(x-1)$ are loc dacă și numai dacă $4x\left(x^2-1\right)=0$, de unde se obțin soluțiile $x=-1$, $x=0$ și $x=1$.	3p 2p
c)	Din $\|x\|\geq 2$ și $\|y\|\geq 3$ se obține $x^2\geq 4$ și $y^2\geq 9$ $\sqrt{x*y}=\sqrt{x^2y^2-x^2-y^2+2}=\sqrt{x^2(y^2-1)-(y^2-1)+1}=\sqrt{(x^2-1)(y^2-1)+1}$ $\geq\sqrt{(4-1)(9-1)+1}=\sqrt{25}=5$.	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=(4x-4)\cdot\ln x+\left(2x^2-4x\right)\cdot\frac{1}{x}-6x+8=$ $=4(x-1)\cdot\ln x-4x+4=4(x-1)(\ln x-1)$, $x\in(0,\infty)$.	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)+3x^2-8x}{x\cdot f'(x)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(2x^2-4x)\cdot\ln x}{4x(x-1)(\ln x-1)}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-4x}{4x(x-1)}\cdot\frac{\ln x}{\ln x-1}\right)=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2\left(1-\frac{2}{x}\right)}{4x^2\left(1-\frac{1}{x}\right)}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{\ln x\cdot\left(1-\frac{1}{\ln x}\right)}=\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$.	2p 3p
c)	$f'(x)\geq 0$, pentru $x\in(0,1]$, deci f este crescătoare pe intervalul $(0,1]$, $x\in[1,e]$ implică $\frac{1}{x}\in\left[\frac{1}{e},1\right]$ Se obține $f\left(\frac{1}{e}\right)\leq f\left(\frac{1}{x}\right)\leq f(1)$, $x\in[1,e]$, echivalent $\frac{12e-5}{e^2}\leq f\left(\frac{1}{x}\right)\leq 5$, $x\in[1,e]$.	2p 3p
2.a)	$\int_0^{\ln 2}\frac{f(x)}{\sqrt{x+1}}dx=\int_0^{\ln 2}e^x dx=e^x\Big\|_0^{\ln 2}=$ $=e^{\ln 2}-e^0=2-1=1$.	3p 2p
b)	$\int_0^1 f\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x=\int_0^1 xe^{x^2-1}\mathrm{d}x=\frac{e^{x^2-1}}{2}\Big\|_0^1=$ $=\frac{1}{2}-\frac{e^{-1}}{2}=\frac{e-1}{2e}$.	3p 2p
c)	$\int_0^1(x+1)f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)^{\frac{3}{2}}e^x\mathrm{d}x=\int_0^1(x+1)^{\frac{3}{2}}\left(e^x\right)'\mathrm{d}x=$ $=(x+1)^{\frac{3}{2}}e^x\Big\|_0^1-\frac{3}{2}\int_0^1\sqrt{x+1}e^x\mathrm{d}x=2\sqrt{2}e-1-\frac{3}{2}\int_0^1\sqrt{x+1}e^x\mathrm{d}x$ Se obţine $2\int_0^1(x+1)f(x)\mathrm{d}x=2\cdot\left(2\sqrt{2}e-1\right)-3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$, deci $m=2\cdot\left(2\sqrt{2}e-1\right)$.	3p 2p